

เอกสารประกอบการเรียนรู้

เพื่อทบทวนภาคฤดูร้อน

วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร พีระมิด

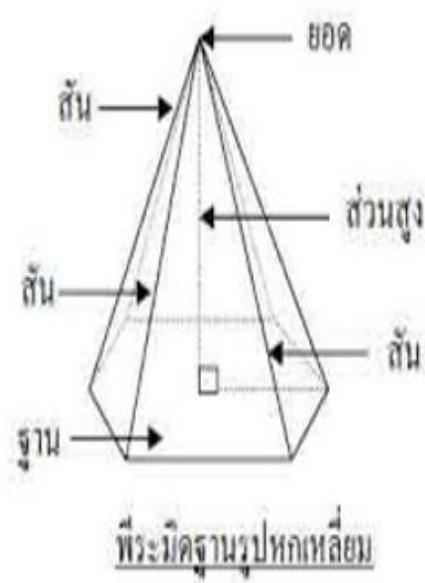
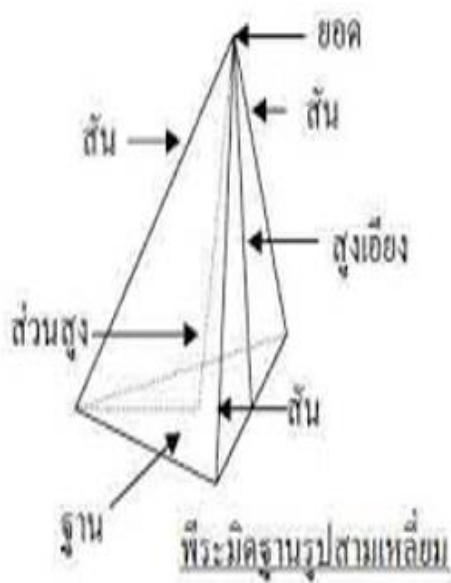
ให้นักเรียนศึกษา ใบความรู้ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร พีระมิด

ทำใบงานที่ 1 – 3

ใบงาน ที่ 1

พีระมิด (Pyramid) คือทรงสามเหลี่ยมที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดร่วมกันที่ยอดแหลมนั้น

นิยมเรียกชื่อของพีระมิดตามลักษณะของฐาน เช่น พีระมิดฐานสามเหลี่ยม พีระมิดสี่เหลี่ยมผืนผ้า พีระมิดฐานหกเหลี่ยมด้านเท่า เป็นต้น



พีระมิด

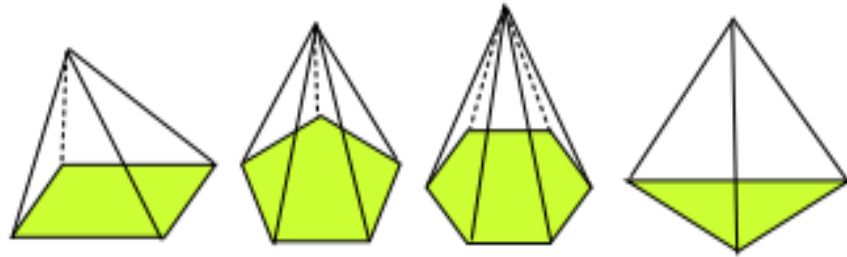
ในชีวิตประจำวัน เราอาจพบสิ่งก่อสร้างที่ส่วนประกอบมีลักษณะเป็นพีระมิด เช่น หลังคา ศาลา วัด อาคารต่างๆ ดังรูป



โดยทั่วไปเมื่อกล่าวถึงพีระมิด เรามักนึกถึงและเข้าใจว่าพีระมิดต้องมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเช่นเดียวกับพีระมิดในประเทศอียิปต์เสมอ แต่ในทางคณิตศาสตร์ฐานของพีระมิดไม่จำเป็นต้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเสมอไป

รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดร่วมกันที่ยอดแหลมนั้น เรียกว่า พีระมิด

เราเรียกชื่อพีระมิตชนิดต่าง ๆ ตามลักษณะของฐานพีระมิต ดังตัวอย่าง



พีระมิตฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า

พีระมิตฐานห้าเหลี่ยม

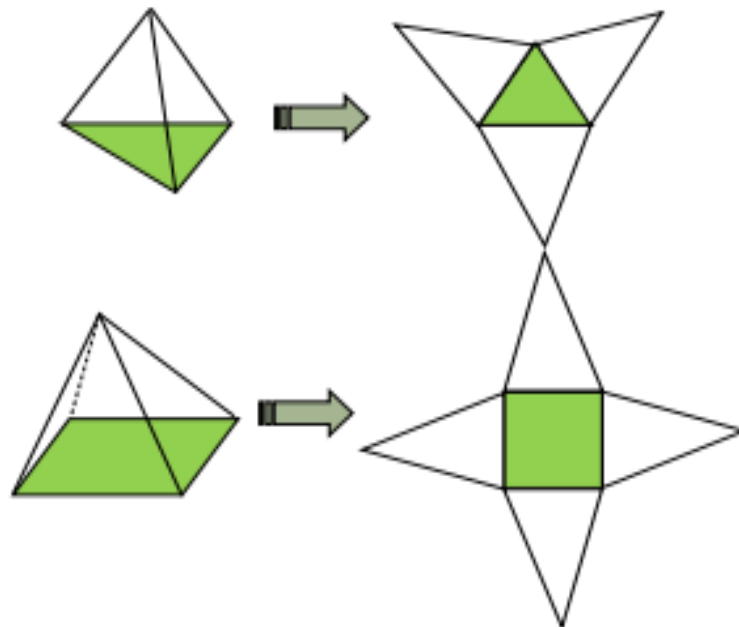
พีระมิตฐานหกเหลี่ยม

พีระมิตฐานสามเหลี่ยม

รูปคลี่ของพีระมิต

รูปคลี่ของทรงกระบอกประกอบด้วย

- รูปเหลี่ยมใด ๆ ซึ่งมีฐานของพีระมิตจำนวน 1 รูป
- รูปสามเหลี่ยมซึ่งเป็นหน้าของพีระมิตจำนวนเท่ากับจำนวนเหลี่ยมของฐานพีระมิต

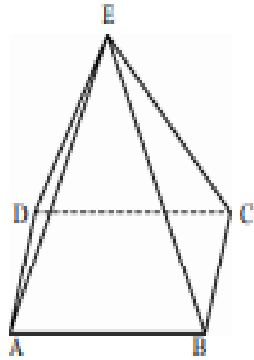


ข้อสังเกต

- ฐานของพีระมิตแต่ละชนิดอาจเป็นรูปที่ต่างกัน
- หน้าของพีระมิตเป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
- จำนวนหน้าของพีระมิตเท่ากับจำนวนเหลี่ยมของฐาน

ใบงาน ที่ 1

1. พิจารณารูปของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า แล้วตอบคำถามต่อไปนี้ (4 คะแนน)



1) ฐานของพีระมิดนี้คือรูปเหลี่ยมใด

.....

2) พีระมิดนี้มีกี่หน้าและมีกี่เส้น

.....

3) หน้าของพีระมิดเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

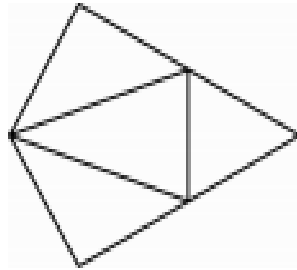
.....

4) หน้าทุกหน้าของพีระมิดเท่ากันทุกประการหรือไม่ หน้าคู่ใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ

.....

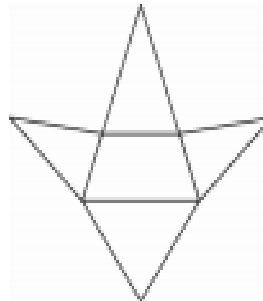
2. รูปสี่ต่อไปนี้ เป็นรูปคลี่ของพีระมิดชนิดใด (4 คะแนน)

1)



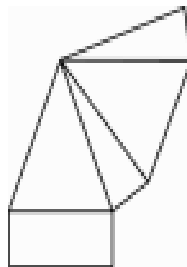
.....

2)



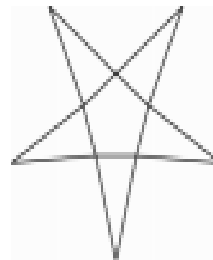
.....

3)



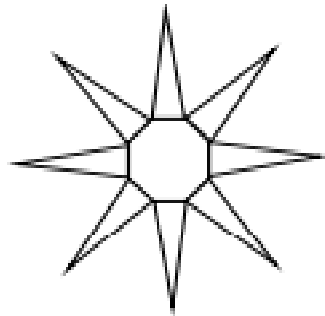
.....

4)

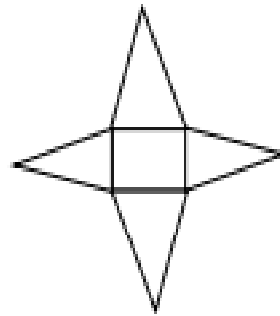


.....

5)

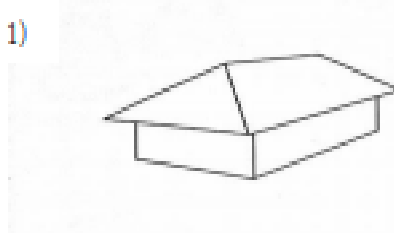


6)

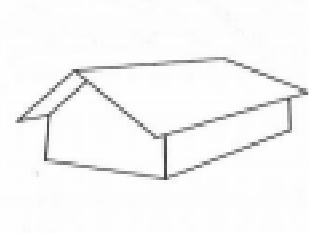


3. หลังคาบ้านในข้อใดมีลักษณะเป็นพีระมิด จงให้เหตุผล (2 คะแนน)

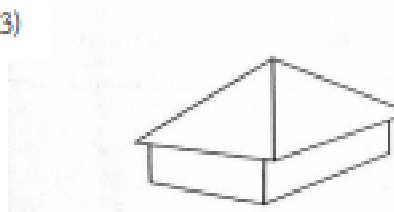
1)



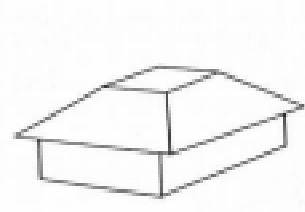
2)



3)



4)



หลังคาบ้านที่มีลักษณะเป็นพีระมิด คือ.....เพราะ.....

.....

.....

4. จงอธิบายถึงลักษณะของพีระมิดตามความเข้าใจของนักเรียน (3 คะแนน)

1) ฐาน มีลักษณะ.....

2) หน้าทุกหน้า มีลักษณะ.....

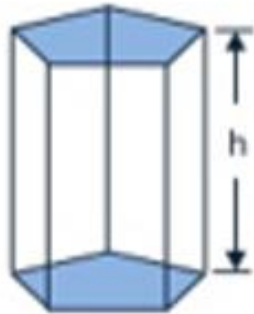
3) สรุปลักษณะของพีระมิด.....

.....

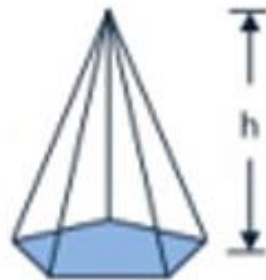
ใบความรู้ พื้นที่ผิว ปริมาตร พีระมิด

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้ และตัวอย่างต่อไปนี้

ปริมาตรพีระมิด



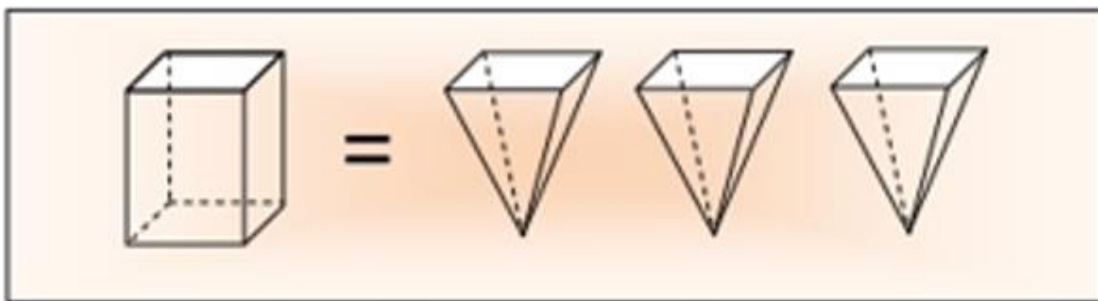
ปริซึม



พีระมิด

ตรวจสอบปริมาตรพีระมิดและปริมาตรของปริซึมที่มีฐานและส่วนสูงเท่ากัน

จากการตวงทรายหรือน้ำให้เต็มพีระมิด แล้วเทใส่ปริซึมพบว่าต้องทรายหรือน้ำทั้งหมดสามครั้ง จึงจะเต็มปริซึมพอดี แสดงว่าปริมาตรของพีระมิดเป็น 1 ใน 3 ของปริมาตรของปริซึม



จาก ปริมาตรปริซึม = พื้นที่ฐาน \times ความสูง

แต่ ปริมาตรพีระมิด = $\frac{1}{3}$ × เท่าของปริมาตรของปริซึม

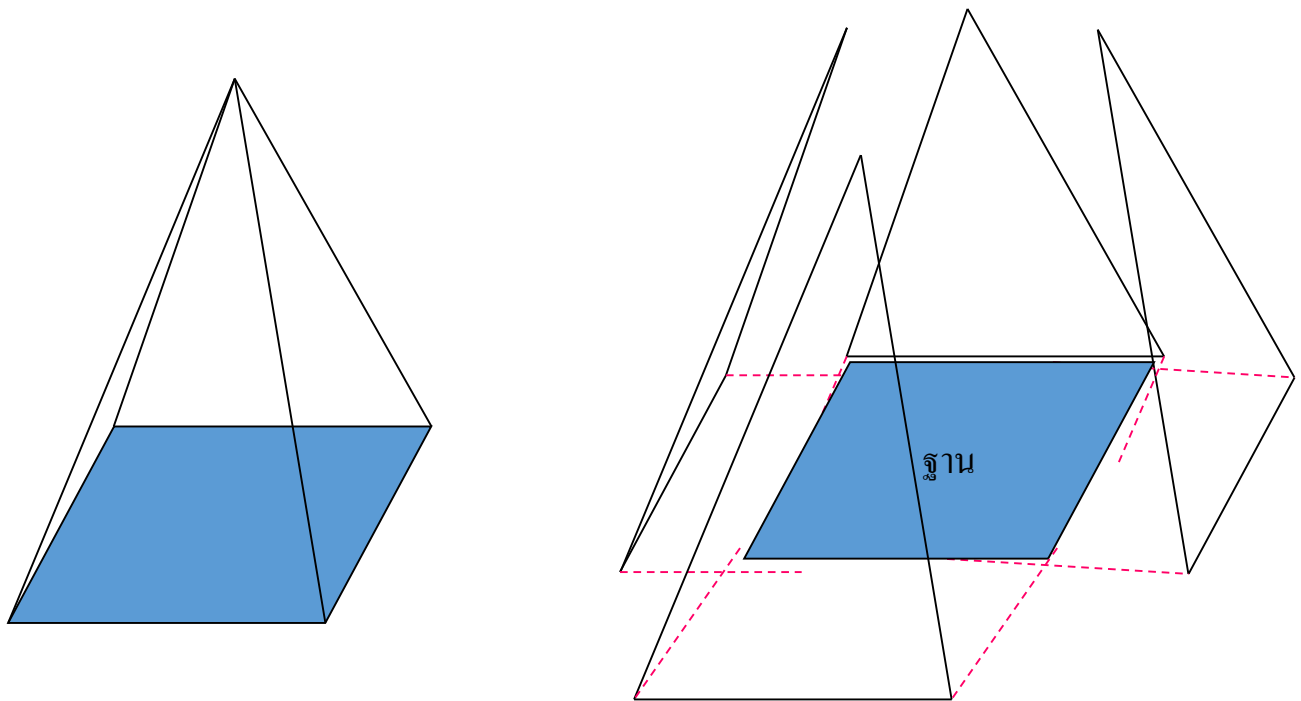
ดังนั้น

$$\text{ปริมาตรพีระมิด} = \frac{1}{3} \times \text{เท่าของปริมาตรของปริซึม}$$

พื้นที่ผิวของพีระมิด

พีระมิด มีพื้นที่ผิวข้างเป็นรูปสามเหลี่ยม ส่วนพื้นที่ฐานจะเป็นรูปสามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม ห้าเหลี่ยม หกเหลี่ยม หรือกี่เหลี่ยมก็ได้

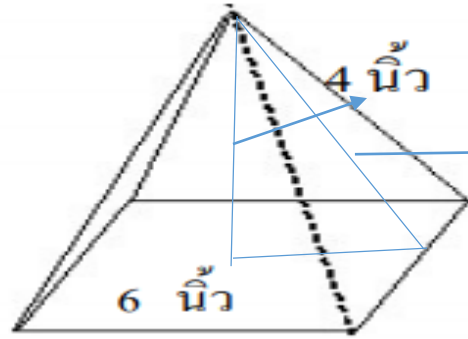
ดังนั้น \longrightarrow พื้นที่ผิวของพีระมิด = พื้นที่ฐาน + พื้นที่ผิวข้าง



$$\text{พื้นที่ผิวข้าง} = \text{จำนวนหน้าของพีระมิด} \times \left(\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูงเอียง} \right)$$

$$\text{พื้นที่ผิวของพีระมิด} = \text{พื้นที่ฐาน} + \text{พื้นที่ผิว}$$

ตัวอย่าง



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 3^2 + 4^2$$

$$c^2 = 9 + 16$$

$$c^2 = 25$$

$$c = 5$$

พีระมิดอันหนึ่งมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 6 นิ้ว และมีส่วนสูง 4 นิ้ว จงหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิดนี้

แนวคิด จะต้องหาพื้นที่ผิวข้างก่อน แต่ยังขาดสูงเอียง จะต้องหาสูงเอียงโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

วิธีทำ พื้นที่ผิวพีระมิด = พื้นที่ฐาน + พื้นที่ผิวข้าง

$$= (6 \times 6) + 4 \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 5 \right)$$

$$= 36 + 60$$

$$= 96 \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$\text{ปริมาตรพีระมิด} = \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$= \frac{1}{3} \times (6 \times 6) \times 4$$

$$= 12 \times 4$$

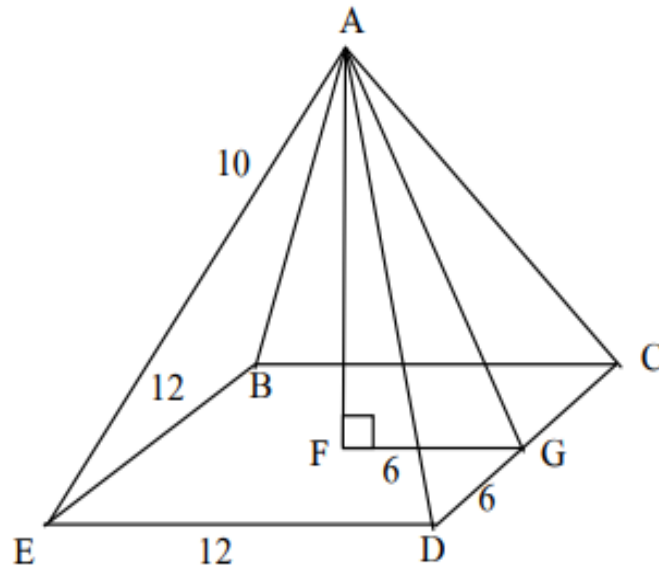
$$= 48 \text{ ตารางนิ้ว}$$

ดังนั้น พีระมิดมีพื้นที่ผิว 96 ตารางนิ้ว

พีระมิดมีปริมาตร 48 ตารางนิ้ว

ใบงานที่ 2

1. จงหาคำตอบ



จากรูปจงหา AG ยาว =หน่วย

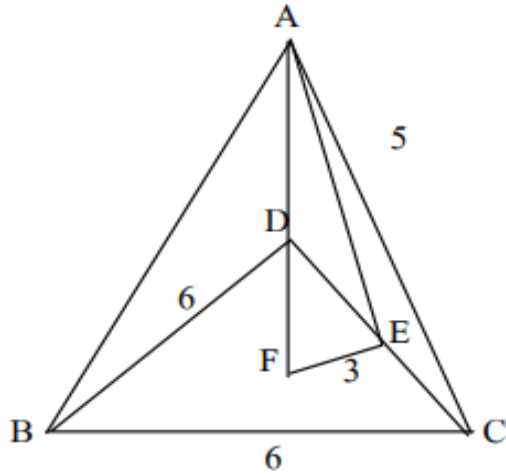
AF ยาว =หน่วย

พื้นที่ผิวข้าง =ตารางหน่วย

พื้นที่ผิวทั้งหมด =ตารางหน่วย

ปริมาตรของพีระมิด =ลูกบาศก์หน่วย

2. จงหาคำตอบ



จากรูปจงหา $AE = \dots\dots\dots$ หน่วย

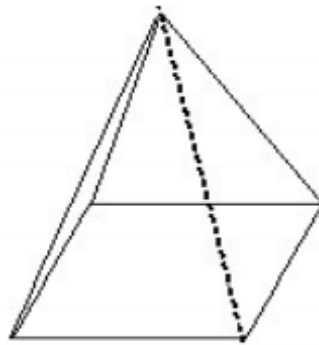
$AF = \dots\dots\dots$ หน่วย

พื้นที่ผิวข้าง = $\dots\dots\dots$ ตารางหน่วย

ปริมาตรของพีระมิด = $\dots\dots\dots$ ลูกบาศก์หน่วย

3. จงแสดงวิธีทำ

พีระมิดสูง 3 ซม. ตั้งอยู่บนฐานสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ซึ่งมีด้านยาวด้านละ 10 ซม. จะมีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร



วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบงานที่ 3

จงแสดงวิธีทำ

1. พีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีฐานยาวด้านละ 6 นิ้ว สูงเอียง 8 นิ้ว จะมีพื้นที่ผิวเป็นเท่าใด

.....

.....

.....

.....

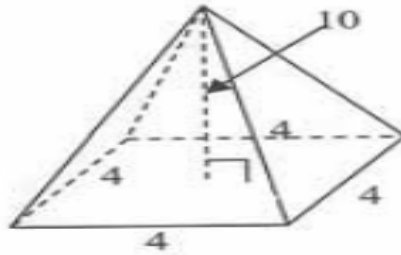
.....

.....

.....

.....

- 2.



- จากรูปจงหาพื้นที่ผิวของพีระมิด

.....

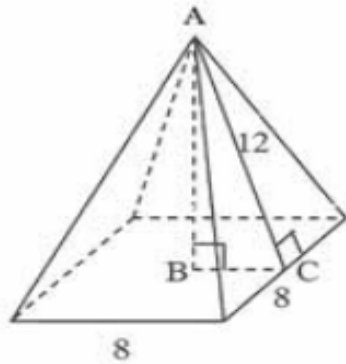
.....

.....

.....

.....

3.



จงหาความสูงของพีระมิดสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มี
ด้านยาวด้านละ 8 เมตร สูงเอียง 12 เมตร

.....

.....

.....

.....

.....

4. จากข้อ 3 จงหาปริมาตร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....